Автомодельность - особлива симетрія фізичної системи, яка полягає в тому, що зміна масштабів незалежних змінних може бути скомпенсировано перетворенням подібності інших динамічних змінних. Автомодельность призводить до ефективного скорочення числа незалежних змінних. Наприклад, якщо стан системи характеризується функцією

$u(\mathrm{x}, t)$

де x - координата, t - час, то умова інваріантності щодо зміни масштабів $x\prime = kx$,

$tprime = lt$

і перетворення подібності таке:

$u(x,t) = k^{1/\alpha} l^{\beta} u(kx, lt)$

Де α, β - Числа. Вибір. $k^{1/\alpha} = l = m/t$ де m - критерій подібності (параметр), надає первісної функції автомодельний вид
$u(x,t) = m^{(1+\beta)} t^{-(1+\beta)} u(m^{\alpha} t^{-\alpha} x, m$

Т. о., функція u при постійному m залежить тільки від комбінації x/t^{α}

Автомодельность можлива, якщо набір параметрів, що визначають стан системи, не містить характерних масштабів незалежних змінних. Оскільки в більшості завдань форма перетворення подібності заздалегідь невідома, автомодельний підстановку треба в кожному випадку знаходити окремо. Для цього є 3 способи:

1. Аналіз розмірностей. Стан системи характеризується набором розмірних параметрів і функцій, що залежать від координат x, y, z і часу t. Якщо один з безрозмірних критеріїв подібності має вигляд $m = X_0/b\mathrm{T}_0^{\alpha}$,
де b - параметр, що має розмірність $[b] = LT^{-\alpha}$, X0, T0 - характерні довжина і проміжок часу, L, T - одиниці довжини і часу відповідно, то в якості автомодельних змінних можна вибрати безрозмірні комбінації x/bt^{α}, y/bt^{α}, z/bt^{α}. У тому випадку, коли є не більше двох визначальних параметрів з незалежними розмірностями, відмінними від довжини і часу, перехід до автомодельний змінним перетворює рівняння з приватними похідними в звичайне диференціальне рівняння.
2. Безпосередній підбір. Формально вводиться автомодельний заміна змінних $u = rf(x/t^{\alpha})$ або, в більш загальному вигляді, $u = \varphi(t)\psi(\chi)$, $\chi = x/\eta(t)$.
Рівняння, початкові та граничні умови повинні мати структуру, яка допускає таку заміну. Рішення існує не для будь-яких значень α, β і не для будь-яких функцій $\varphi(t)$ і $\eta(t)$. Для отримання відповідних значень необхідно вирішити нелінійну задачу на власні значення.

3. Дослідження групових властивостей рівнянь. Розглянемо систему диференціальних рівнянь з частинними похідними 1-го порядку $f_j(x_i, u_k, p_{ik}) = 0$, де xi - незалежні змінні, uk - шукані функції, $p_{ik} = \partial u_k/\partial x_i$. Всілякі заміни змінних xi, uk, допущені системою, утворюють групу Лі. Автомодельний заміни, є її однопараметричної підгрупою розтягнень. У деяких випадках знайти такі заміни дозволяє наступна процедура. У просторі змінних xi, uk група Лі задається своїми генераторами, що

мають загальний вигляд $X = \xi_i \frac{\partial}{\partial x_i} + \eta_k \frac{\partial}{\partial u_k}$, де ξ_i, η_k - деякі функції змінних x, і, по повторюваним індексам проводиться підсумовування. У просторі змінних x_i, u_k, p_{ik} група Лі задається генераторами $\tilde{X} = X + \xi_{ik} \frac{\partial}{\partial p_{ik}}$, де $D_i\eta_k - p_{lk}D_i\xi_l, D_i = \partial/\partial x_i + p_{ik}\partial/\partial u_k$. Система рівнянь fj = 0 визначає гіперповерхню в просторі змінних x_i, u_k, p_{ik}, яка є інваріантом групи за умови $Xf_j = 0$, коли $f_j = 0$; ці умови служать для визначення функцій $\xi_i(x, u)$ і $\eta_k(x, u)$. Комбінації змінних, що дають потрібну заміну, є першими інтегралами рівняння. Наприклад, для двох незалежних змінних x, t і однієї шуканої функції u оператор розтягувань має вигляд

$X = \alpha x\partial/\partial x + \beta\partial/\partial t + \gamma u\partial/\partial u, \alpha, \beta, \gamma$ - Числа. Набір перших інтегралів рівняння $X\varphi = 0$ такий: $\mathcal{I}_1 = x/t^{\alpha/\beta}, \mathcal{I}_2 = u/t^{\gamma/\beta}$: тому автомодельного рішення рівнянь, що допускають групу розтягувань, буде мати вигляд $u = t^{\gamma/\beta}\psi(x/t^{\alpha/\beta}), \psi$ - нова шукана функція. Розглянемо, наприклад, рівняння Кортевега-де Фріса $\partial u/\partial t + u\partial u/\partial x + \mu\partial^3/\partial x^3 = 0$, де μ - постоянный параметр; оно инвариантно относительно преобразования $t \to kt, x \to k^{1/3}x, u \to k^{-2/3}u$. Генератор $X = x\partial/\partial x + 3t\partial/\partial t - 2u\partial/\partial u$ - Оператор розтягувань, і автомодельного рішення має вигляд $u(x,t) = \mu(3\mu t)^{-2/3}\psi(z), z = (3\mu t)^{-1/3}x.$ Підставляючи це рішення у вихідне рівняння, отримуємо звичайне диференціальне рівняння для функції $\psi(z)$: $\psi''' - z\psi' + \psi\psi' - 2\psi = 0$. Однопараметричну група розтягувань абелева. Якщо система передбачає рішення, побудовані на інших однопараметричних абелевих підгрупах, то відповідною заміною цим рішенням можна надати автомодельний вигляд, що є наслідком подібності цих груп. Зокрема, автомодельний руху тісно пов'язані з нелінійними біжать хвилями, тобто рішеннями виду $u = f(x - \lambda t + a)$, яких місце перетворення подібності займає перетворення зсуву. Заміна $x = \ln\xi, t = \ln\tau, a = \ln b$ переводит волновое решение *f* в автомодельное: $f[\ln(\xi/bt^\lambda)] = F(\xi/bt^\lambda).$

Автомодельность, що відображає внутрішню симетрію, притаманна багатьом явищам і використовується при вирішенні різних фізичних задач, особливо в механіці суцільних середовищ.

Метод ренормализационной групи в квантовій теорії поля, по суті, також заснований на використанні автомодельного перетворення змінних. Цікаво, що в автомодельних змінних рівняння ренормгрушги виявляється тотожним одновимірного рівняння переносу випромінювання. У фізиці елементарних частинок автомодельності виражається в тому, що перетини деяких процесів при високих енергіях залежать лише від безрозмірних автомодельних комбінацій імпульсів. Загальні принципи квантової теорії поля допускають широкий клас таких автомодельних асимптотик.